

# Mathematische Übungen zur Veranstaltung Adaptive Systeme

Prof. Dr. Nikolaus Wulff

18/25. Oktober 2019

## 1 $n$ -dimensionale Extrema

Berechnen Sie  $\nabla f$ , sowie die Hessematrix  $H_f$  und diskutieren Sie die Extremalwerte der folgenden Funktionen  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ :

1.  $f_1(x, y) = a + x^2 + y^2$
2.  $f_2(x, y) = a + x^2 - y^2$
3.  $f_3(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$
4.  $f_4(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy + a$
5.  $f_5(x, y) = (x^2 + y^2)^{0.5}$

### Hinweis

Zur Diskussion der  $n$ -dimensionalen Hessematrix benötigen Sie deren  $n$  Eigenwerte  $\lambda_j, j = 1, \dots, n$ . Diese können Sie direkt ablesen falls eine Diagonalform vorliegt oder aber Sie ermitteln die Nullstellen des charakteristischen Polynoms  $\chi_f(\lambda) = |H_f - \lambda I_n| \stackrel{!}{=} 0$ . Die Auswertung muss an den in Frage kommenden Extremalstellen  $(x_0, y_0)$  geschehen, für welche die Forderung  $\nabla f(x_0, y_0) \stackrel{!}{=} 0$  erfüllt ist.  $I_n$  ist die  $n$ -dimensionale Einheitsmatrix und  $|A|$  die Determinante einer Matrix  $A$ .

Es mag hilfreich sein, die Funktionen mit Matlab, Octave oder Gnuplot zu visualisieren, um die Ergebnisse zu veri- oder zu falsifizieren.